204. 射影空間ヘノ變換ノ問題

小　松　醇　郎（阪大）

射影空間ヲ自分自身ヘ連續寫像スル、ソノ変換ノクラスハ Absolutgrad（Parität モ含メテ）ガ一致スルモノニハ二ツノ Klasse ノミガ存在シ得ル。

、證明ハ先ヅ Fundamentalgruppe ガ isomorph

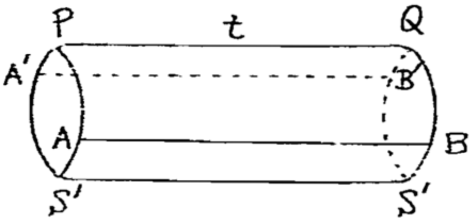
ニ寫ル場合ト凡テ einheitselement ニ寫ル場合トニ分ケル。

前者ハ Grad 奇數デ射影空間ヲ球ニ擴ゲ球ヲ球ニ Antipodentreue Ab. ニ擴張スル. 後者ハ antipodenstimmende Ab. デ Nad 偶数デアル。

問題トスベキハ Grad ノ等シイニツノ an. t. ab. f_1, f_2 ハ Anp. t. Deformation デ移レルカト言フコトデアル。

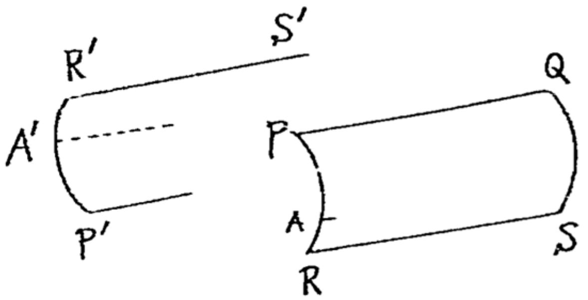
ソノタメニ球面 S^n ヲニツノ Fundamentalbereich ニ分ケル、境界ハ又球面デ S^{n-1}, 之ガ又 Ant. t. Ab. デ寫ラネバナラヌ。是ニハ又同様ニシテ Dimension 低イ球面ニツイテ言ハレネバナラヌ。

結局一ツノ円 S' ヲ f_t 凡テデ Ant. t. Ab. ニスル. 即チ



左圖ノ円筒ヲ Ant. t. Ab. ニスルヲ要ス。

裏ノ Strecke ノ Bild ハ表ノ Strecke ノ Bild ト antipodisch ダト強制的ニシテ仕舞フ。ツギ目 PQ デハ



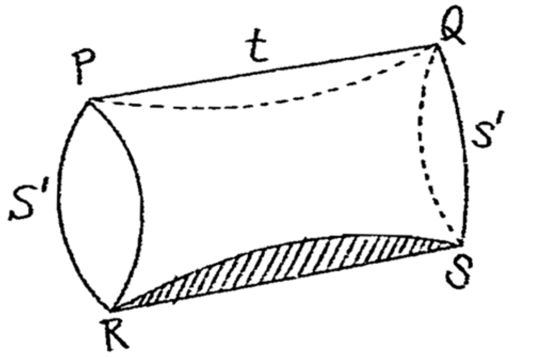
連続デナクナルガ

$f_t(P)=f_t(R')$,

$f_t(Q)=f_t(S')$

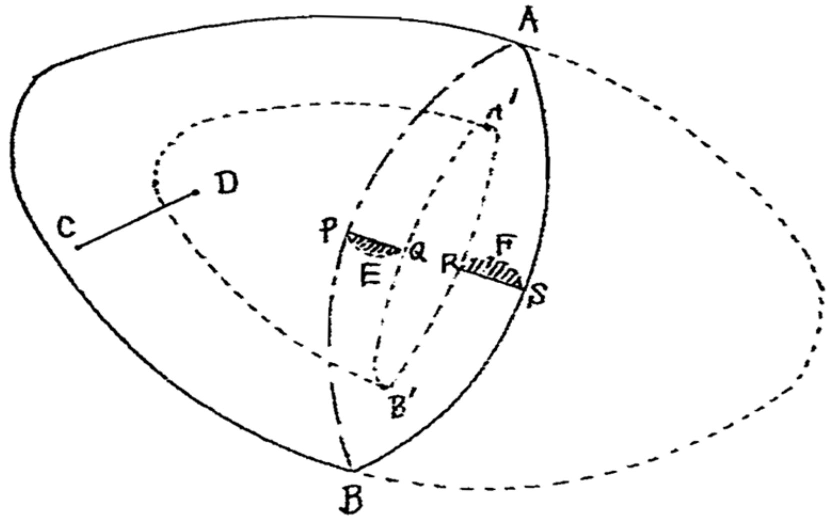
且 $f_t(\overline{PQS'R'})$ homotop 0.

故ニ新シイ *Bereich* $\widehat{PQ}\,\widehat{S'R'}$ ヲ加ヘテ *stetig* ニスル。RS ノツギ目デハ此ノ *Antipodisch*.



$\xrightarrow{\bar{f}_t} S^n$

次ニ S^2 ノ f_t ト今ノ S' ノ $\bar{f}_t$ トノ連絡ノ問題.
半球面ダケ考ヘ他方ハ *Antipodisch* デアル。



Bereich APEQA'RSA ヲ一ツノ境ニ持ツ *Elementarraum* ヲ外ノ S^2 ト中ノ S^2 トノ間ニ入レル。

$\overline{CD}$ ナル線ノ *Bild* ハ PEQB'RSBP デハ連続的デアルト考ヘラレル。

スレバ他方 APEQA'RS デハ連続デナイカラ新シク入レル *Raumstücke* ノ *Bild* デ連続ニスル。

以下同様ノ手続デ高次元ニ及ボス。

ソコデ最後ニ S^{n-1} ト S^n ノ f_t トノ連絡ニ至ッテ問題

ガ出ル。

新シク加エル$(n+1)$次元 Raumstück ハソノ境界ノ Bild ハ定マッテ居ル、即チ一方ハ S^{n-1} ノ作ッテ來タ Bild, 他方ハ始メノ f_t デ出來タ半球面 $(S^{n-1}{}_{/})$ ノ Bild. 此ノ境界ノ Bild ガ homolog 0 デアルトキ且ツソノトキノミ$(n+1)$次元 Raumstück ノ Bild ガ作レル. 此ノトキニハ始メノ二ツノ a.t. Ab. f_1, f_2 ハ同ジ Klasse ニゾクス。

所デ然ラザルトキハ（前ノ圖デ言ヘバ）元ノ f_t デ出來タ半球面 $(S^{n-1}{}_{/})$ ノ Bild ハ與ヘラレタモノデ動カナイガ S^{n-1} ノ作ッテ來タ Bild 即チ APEQA'R,S ノ Bild ハ變リ得ル、ソレモ PEQ ノ Bereich ダケデアルガ RSF ハソノ Antipodisch.

領域 PEQ ノ Bild ガソノ境界ヲ固定シテノ Grad n トスレバ RSF ノ Grad モ n. 即チ PEQ ノ領域ノ Bild ヲ色々ニ變ヘテモ問題トスル Raumstück $(n+1$ 次元$)$ ノ境界ノ Bild ノ Grad ハ偶数ダケ異ナッテ來ルニ過ギナイ、即チ今作ッタ Bild ノ Grad 偶数ナラバ f_1 ト f_2 トハ等シイ Klasse, 奇数ナラバ異ナル Klasse。即チ二ツノ Klasse ガ存在シ得ル。

然シ尚考フベキハ f_1 ト f_2 ト Grad ガ等シイカラ f_t $(1 \leqq t \leqq 2)$ カンル Abbildungs Schar ガ存在シ、

$$f_1 = f_t \qquad t=1,$$
$$f_2 = f_t \qquad t=2.$$

デアッテ，此ノ f_t ニツキ Antipodisch ナ Deformation ニヨル Klasse 異ナルモノ二ケ生ジタ、異ナル f_t' ニツイテモ常ニ二ケ生ズルト言ハネバナラナイ、所デ特別ナ S^n 球面（圖デハ $\widehat{CA}PB,S + APB,SA'QB'R + \widehat{DA'}QB'R$）ノ f_t ノ Bild homolog 0. 又 f_t' ノ Bild モ homolog 0. 且ツ f_t, f_t' 共ニ CAPB,S 半球，DA'QB'R 半球ノ Bild ハ夫々一致スル。

従ッテ帯 ABA'B' ノ f_t ト f_t' ノ Bild ト合ハセレバ homolog 0. 故ニ先キニ作ッタ境界ノ Bild f_t デ Grad 奇数ナラ f_t' デモ Grad 奇數，f_t デ Grad 偶數ナラ f_t' デモ然リ。

即チ以上デ f_1, f_2 ニツノ Antipodisch ナ Ab. ガ Grad 等シイトキニモ尚二種ノ Klasse ニ分タレ、等シイ Klasse ノ中ノ f ハ互ヒニ Antipodisch ナ Deformation デ移レ、異ナル Klasse ノ中ノ f ハ移リ得ナイ。

Antipodenstimmende ノ方ハ Grad デ Klasse ガ Charakterise セラルルコト容易。